

KBP Technical Report 06-1

CPPI의 이해

(일정비율 포트폴리오 보험 전략
: Constant Proportion Portfolio Insurance)

임지영 연구원 02) 399-3303

e-mail : jyilm@koreabp.com

1. CPPI

1.1 CPPI의 정의

CPPI란 동적자산배분전략 중 하나로서 전체 포트폴리오 중 일정 비율을 미리 정해진 레버리지와 공식에 따른 위험자산 승수를 적용하여 위험자산에 배분하는 투자전략이다. 위험자산으로는 주식뿐만 아니라 각종 지수, REITs 등이 모두 포함될 수 있다.

1.2 CPPI의 자산배분규칙

- (1) 포트폴리오 전체 가치 V^{CPPI} 는 Floor F 보다 커야 한다.
- (2) Floor는 무위험 자산으로 보장되어야 하는 가치로서 다음과 같이 정의된다.

$$dF_t = rF_t dt \quad (F \text{는 시간에 따라 증가})$$

- (3) 위험자산배분가능 규모를 의미하는 쿠션 C_t 는 다음과 같이 정의된다.

$$C_t = V_t^{CPPI} - F_t$$

- (4) 결과적으로 t 시점에서 위험자산에 배분해야 할 자산은 다음과 같이 계산된다
(여기서 m 은 위험자산승수를 말한다).

$$E_t = mC_t$$

1.3 CPPI 포트폴리오의 자산가치 결정

위험자산이 주식이고 위험자산승수 m 이 상수로 고정된 경우, t 시점에서 CPPI 포트폴리오의 자산 가치는 다음과 같이 결정된다. (σ 는 위험자산의 변동성)

$$V_t^{CPPI}(m, S_t) = F_0 e^{rT} + \alpha_t S_t^m$$

where

$$\alpha_t = \left(\frac{C_0}{S_0^m} \right) \exp(\beta t) \quad \text{and} \quad \beta = (r - m(r - 0.5\sigma^2) - 0.5m^2\sigma^2)$$

CPPI 포트폴리오의 자산가치는 Floor F_0 와 승수 m 에 의해 특징지어지며 위험자산으로 배분될 자산 규모는 아래와 같은 제한조건으로 설정될 수 있다.

$$RiskExposure = \min[\max[m(V - F), 0], l(V)]$$

$l = \text{Leverage limit}$

여기서 제시된 포트폴리오의 가치결정에 있어 주요 가정은 위험자산승수가 만기까지 고정되어 있다는 것이며 미래 시점의 포트폴리오의 가치에 연동하여 위험자산승수가 변하는 경우에는 일반적으로 성립하지 않는다.

1.4 CPPI를 이용한 구조화상품

가장 간단한 CPPI 는 주식, 주식 인덱스, 바스켓 등의 위험자산과 합성 채권이나 MMF 등의 무위험 자산을 기초로 한 옵션 형태로 상품화되었다. 여기에 타 구조화 상품들과 마찬가지로 조기 상환 옵션이 결합되기도 한다.

조금 더 발전한 형태로는 지정된 기간 내 여러 번의 투자를 받아 투자 시점 중 가장 높은 CPPI 기초 자산의 가격에 따라 Floor가 정해지는 형태인 Freya CPPI, 위험 기초자산을 위험도에 따라 두개의 하위 Class로 나누어 세 개의 기초자산 그룹에 대해 자산을 분배하는 Double-Decker CPPI, 특정 기간에 투자자 조기상환 옵션이 있는 Early Exit CPPI 등의 상품들이 설계되고 있다. 일부 투자은행에서는 서로 다른 자산에 대한 개별 CPPI 포트폴리오들을 운용하면서 CPPI간의 손익에 따라 다시 자산을 재분배하는 상품을 출시하기도 하였다. (예: ABN AMRO의 MARS(Multiple Asset Return Strategy))

상품의 발전에 따라 CPPI의 기초자산으로 신용상품이나 자산담보부채권관련 상품들이 들어가기도 한다. 예를 들어 CPPI 전략을 사용한 신용CPPI의 경우, 일정 만기 신

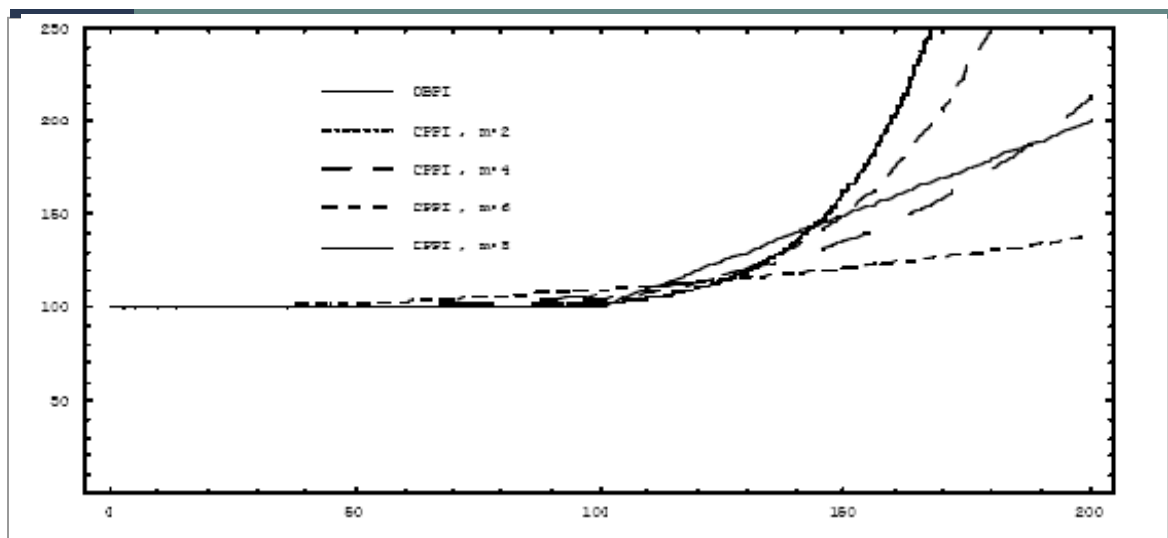
용디폴트스왑(CMCDS)과 매입-매도 포지션을 결합한 합성CDO, 원금보장 CPPI연계 신용연계채권으로 구성된다.

2. CPPI 포트폴리오의 성과

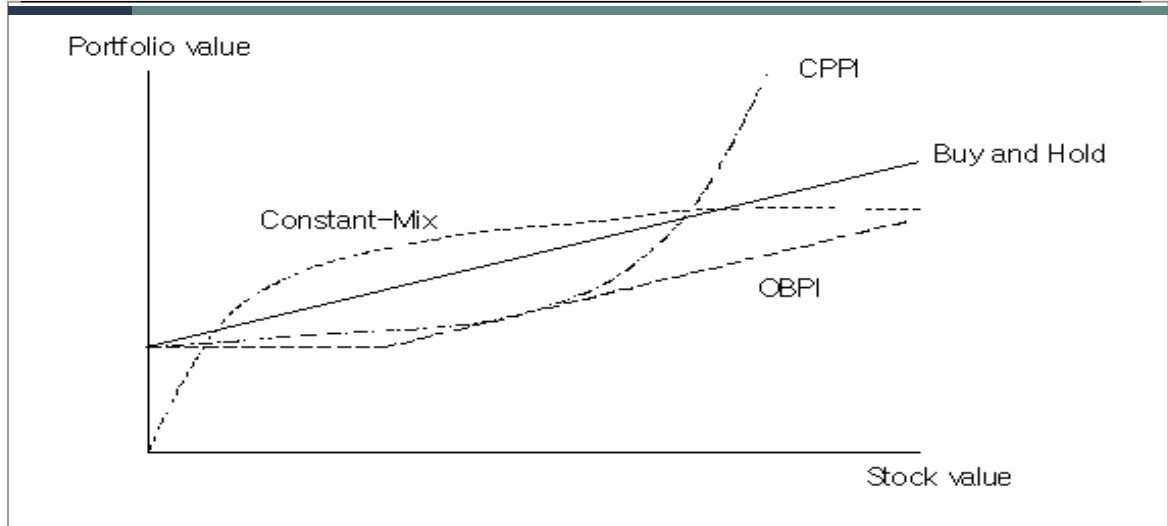
2.1 자산배분전략 (Asset Allocation Strategies)

- (1) Static Allocation Strategies: 투자 초기 정해진 비율대로 위험자산과 무위험 자산에 포트폴리오 자산을 배분한 뒤 만기까지 그대로 유지하는 전략
- (2) Constant Mix Strategies: 투자 초기 정해진 금액만큼 위험자산에 배분한 후 위험 자산 배분 금액을 일정하게 유지하는 전략
- (3) OBPI(Option Based Portfolio Insurance): 미리 정해진 비율만큼 위험자산에 투자하고 put option을 매입하여 Portfolio insurance를 구성하는 전략
- (4) CPPI: 미리 정해진 비율만큼 위험자산 승수를 적용하여 위험자산에 투자하여 Portfolio insurance를 구성한 후 레버리지 계수 및 위험자산 승수에 따라 계산된 위험자산 배분 금액을 유지하는 전략

<그림 1> OBPI와 CPPI의 위험자산 가격에 따른 포트폴리오 수익구조



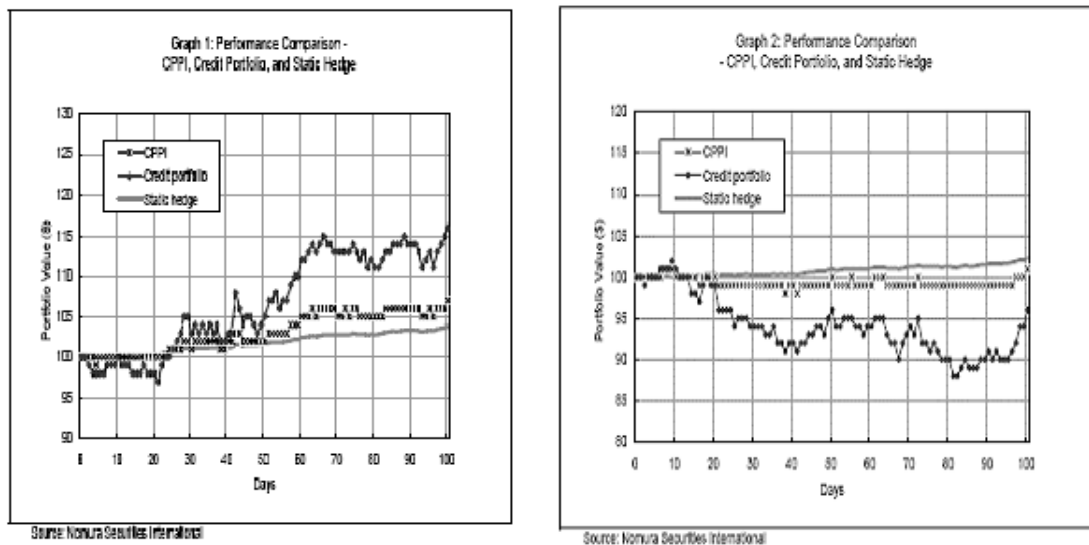
<그림 2> 자산배분 전략별 위험자산 가격에 따른 포트폴리오 가치변화



2.2 기초자산 등락에 따른 CPPI의 성과

기초자산 시장의 등락에 따라 CPPI포트폴리오는 정적헷지포트폴리오와 실물자산포트폴리오의 중간 정도 성과를 보인다. 이것은 CPPI 전략이 위험에의 노출을 줄이면서 무위험 이자율 이상의 수익을 얻을 수 있는 전략인 것을 의미한다.

<그림 3> 기초자산 등락에 따른 자산배분전략별 성과



기초자산의 가격 변동이 적거나 일정 범위 내에서 움직이는 경우, CPPI포트폴리오는 Constant-mix 포트폴리오나 정적헷지포트폴리오의 성과에 미치지 못한다. 그러나 지속적인 상승이나 지속적인 하락 시장이 전개될 경우 CPPI포트폴리오가 보다 나은 성과를 얻을 수 있다.

2.3 CPPI포트폴리오의 수익에 영향을 미치는 요인

CPPI포트폴리오의 수익은 CPPI포트폴리오의 특성인 레버리지 계수 및 위험자산 승수와 기초자산의 가격과 변동성 및 이자율의 변화에 의해 영향을 받는다. 여기에는 동적자산배분전략을 실행시 시장의 변화에 따라 적시에 큰 거래비용 없이 대응할 수 있다는 가정이 필요하다.

3. CPPI 예시

3.1 신용 CPPI 포트폴리오

<상품 상세>

만기 = 10년

위험자산 승수(상수) = 4

최대 레버리지 계수 = 1

위험자산배분 자산규모 = 신용위험 포트폴리오 가치 * 레버리지 계수
(예상 프리미엄 고려)

무위험 이자율 = 2%(가정)

초기 투자 금액 = 100

<자산배분과정 예시>

(F = floor; C = cushion; E = allowed exposure; V = overall portfolio)

Step 1: t = 0

$$V_0 = 100$$

$$F_0 = 82 (=100/(1.02)^{10})$$

$$C_0 = V_0 - F_0 = 18$$

$$E_0 = 4 \times C_0 = 72$$

$$\text{Risk-free} = V_0 - E_0 = 28$$

Step 2: $t = 1$ (If credit exposure receives a 10% premium)

$$E_{1\text{Before}} = E_0 \times 1.1 = 79.2$$

$$V_1 = 109.2 (= 79.2 + 28 + 2)$$

$$F_1 = 83.7 (= 100 / (1.02)^9)$$

$$C_1 = V_1 - F_1 = 25.5$$

$$E_{1\text{After}} = 4 \times C_1 = 102$$

$$\text{Risk-free} = V_1 - E_1 = 7.2$$

Table 1: CPPI Portfolio Allocation								
Time	Bond floor	Default loss	Credit risk portfolio	Overall portfolio	Cushion	Allowed exposure	Purchase/sale of credit risk	Risk-free asset
0	82.0			100.0	18.0	72.0	+ 72.0	28.0
1	83.7	0%	79.2	109.2	25.5	102.0	+ 22.8	7.2
2	85.4	0%	112.2	121.6	36.2	121.6	+ 9.4	0.0
3	87.1	20%	109.5	111.9	24.8	99.2	- 10.3	12.7
4	88.8	0%	109.1	124.1	35.3	124.1	+ 15.0	0.0
5	...	...	...	...	...	...	...	...

3.2 Asian REITs CPPI 포트폴리오

<상품 상세>

만기 = 6년

원화 기준 달러 결제 채권

위험자산 = (Long 기초자산 + Short Call 옵션 + Long Put 옵션)
+ CPPI 포트폴리오

수익구조 = 기초자산의 배당 + 옵션 프리미엄(net) + 무위험이자수익

Target multiplier = 5.5; Maximum multiplier = 8.0; Minimum multiplier = 4.5

Initial leverage = 110%; minimum leverage = 0%; maximum leverage = 150%

<자산배분과정 예시>

$$\text{Cushion}_t = 1 - (ZC_t + PV) / \text{Index}_t$$

ZC_t = t시점의 무위험 할인 채권가격

PV = Fee

Index_t = t 시점의 포트폴리오 가격

$$\text{Target multiplier reset} = \text{Max} \{0\%, \text{Min}\{8\%, 5.5\% \times \text{cushion}_t\}\}$$

<쿠폰 결정 조건>

Condition	Coupon
If cushion > 2%	- Target coupon (=8.25%)
If 0% < cushion ≤ 2%	- Target coupon (=8.25%) and - Cushion for all subsequent calculation dates is set to equal to zero
If cushion ≤ 0%	- Income is reduced such that cushion is equal to zero - Coupon is the reduced income

4. 결론

최근 국내 시장에서 투자되고 있는 구조화 상품의 하나로 CPPI 투자전략과 연동하여 이표가 결정되는 채권이 등장하고 있다.

이러한 상품들의 가격은 상품별 위험자산 레버리지 계수, 위험자산에 대한 승수, 기초자산의 변동성, 시장의 이자율에 의해 결정되는데, 이러한 상품의 가격을 평가한다는 것은 펀드의 기준가를 산정하는 것처럼 포트폴리오의 순자산가치를 결정하는 것을 의미하며 다른 구조화 상품들처럼 미래 시점의 기대이표금액을 추정하여 현재화하는 방법은 적절하지 않다.

평가시점에서 기초자산의 CPPI포트폴리오에서 나오는 미래의 수익이 가격결정모형에 반영되어야 하나 대부분의 CPPI상품에서 기초자산의 특성에 따른 수익은 미래 시점의 기초자산 가격에 의존하며 특히 미래시점의 CPPI포트폴리오 가치에 연동하여 승수나 레버리지 계수가 결정되는 경우 위험중립 하에서의 가격결정모형을 적용하는 것은 어려움이 있다.

Reference

- Black, F., and R. Jones, “Simplifying Portfolio Insurance,” *Journal of Portfolio Management* (1987), pp. 48-51.
- Bertrand, P., and J. Prigent, “Portfolio Insurance Strategies: OBPI versus CPPI,” Working paper (2002).
- Bookstaber, R., and J. Langsam, “Portfolio Insurance Trading Rules,” *The Journal of Futures Markets* 8 (1988), pp 15-31.
- Hodgeman, C., “Utilizing CPPI with Multiple Asset Classes,” Structured Products Conference, March (2006).
- Smidt-Olsen, J.C., “Latest developments in CPPI technology,” Structured Products Conference, March (2006).



KBP 한국채권평가

대표전화: (02)399-3350
 시스템장애: (02)399-3341
 평가내용문의: (02)399-3361
 CPPI 관련문의 : (02)399-3303
 FAX (02)399-3360
 E-Mail: webmaster@koreabp.com